

SEDIMENTERING



TEORETISK INTRODUKTION

Terminalhastighed



Figur 1: Ved faldskærmsudspring opnår man to forskellige terminalhastigheder. Ved det frie fald er luftmodstanden mindre end når faldskærmen er slået ud, derfor er terminalhastigheden også større.

Når en genstand falder i Jordens tyngdefelt, gælder der - såfremt vi kan se bort fra luftmodstand - at genstanden udfører en bevægelse med konstant acceleration $g = 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, hvilket altså vil sige, at tunge og lette genstande falder lige hurtigt. Dette stemmer ret dårligt med vores erfaringer fra hverdagen, og det hænger sammen med, at der ofte i hverdagen er en betragtelig luftmodstand, og tager man luftmodstanden med i sine beregninger, er det de tunge genstande der falder hurtigst.

Hvis en genstand bevæger sig gennem luft, gælder under normale omstændigheder at luftmodstandskraften er proportional med farten i anden potens. Kalder vi farten for v , kan dette udtrykkes som

$$F_{\text{luftmodstand}} = k \cdot v^2$$

Hvor k er en konstant, der blandt andet afhænger af genstandens form og tværsnitsareal. Idet farten står i anden, betyder det at luftmodstanden vokser drastisk med farten. Fx giver en fordobling af farten en fire-dobling af luftmodstanden.

Hvis vi ser på et fald med luftmodstand, gælder der idet luftmodstanden er modsatrettet bevægelsen, at den resulterende kraft er $F_{\text{res}} = F_{\text{tyngde}} - F_{\text{luftmodstand}}$, og derfor kan et fald med luftmodstand groft set inddeles i tre faser

- 1) Til at starte med er farten lille, og dermed er luftmodstanden også lille. Derfor er $F_{\text{res}} \approx F_{\text{tyngde}}$, og derfor foregår den første del af faldet på samme måde som et frit fald med en acceleration på g .
- 2) Efterhånden som farten vokser, vil luftmodstanden også vokse, dvs. F_{res} bliver mindre. Genstanden vil fortsat accelerere, men den vil accelerere langsommere og langsommere.
- 3) Til sidst er farten så stor at $F_{\text{luftmodstand}} = F_{\text{tyngde}}$. Dermed bliver den resulterende kraft 0, dvs. genstanden ifølge Newtons 1. lov vil bevæge sig med en konstant fart, og dermed ikke accelerere yderligere. Denne konstante slutfart kaldes ofte for *terminalhastigheden*.

For meget lette genstande (fx snefnug eller muffinforme) gælder, at de to første faser går meget hurtigt, og at genstanden derfor opnår terminalhastigheden næsten øjeblikkeligt.

Stokes lov



Figur 2: Stokes lov beskriver modstanden på perfekte kugleformede objekter ved lave hastigheder. Når "sneen" falder i snekuglen vil den opnå terminalhastighed pga. modstanden i væsken. I champagne stiger små kugleformede bobler til vejrs, da opdriften er større end tyngdekraften på boblerne. Modstanden på boblerne vil kunne beregnes med Stokes lov.

Den modstandskraft, der er relevant, når vi taler om sedimentering i væsker, ser dog lidt anderledes ud end den luftmodstandskraft, vi stødte på ovenfor. Det viser sig, at for meget små kugleformede genstande, der bevæger sig med lav fart i væske, gælder at modstandskraften er proportional med farten (og ikke farten i anden). Modstandskraften kan udtrykkes

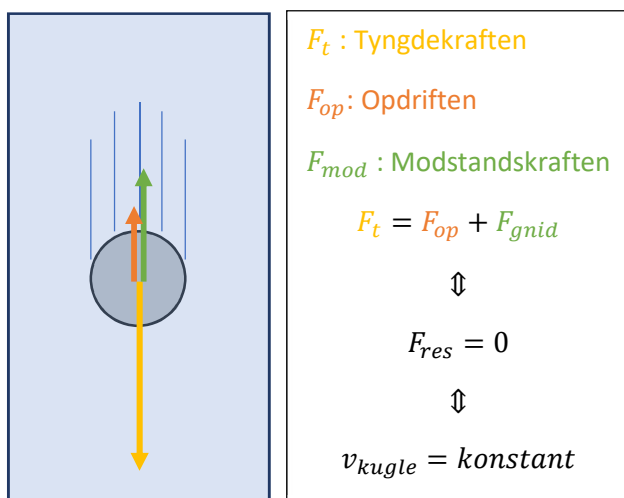
$$F_{\text{modstand}} = 6 \cdot \pi \cdot \mu \cdot R \cdot v$$

I ovenstående formel (som lyster navnet *Stokes lov*), er v kuglens fart, R er kuglens radius og μ er *viskositeten* af væsken. Viskositet er et mål for væskens sejhed og måles i SI-enheden $\text{Pa} \cdot \text{s}$.

Sedimentering

Når små partikler i en væske sedimenterer (synker ned til bunden og dermed forlader den væske, de oprindeligt opholdt sig i), hænger måden det foregår på, og hastigheden det foregår med, sammen med de kræfter, der virker på partiklerne. Når partiklerne synker ned, opnår de hurtigt deres terminalhastighed, men mekanismen er lidt anderledes end ved fald med luftmodstand, idet

- 1) Modstandskraften er bedst beskrevet ved Stokes lov (og altså ikke v^2 -loven).
- 2) Partiklerne er - udover tyngdekraften - også påvirket af en nævneværdig opdrift. (Se evt. faktaboksen herunder)



Figur 3: Kræfter der påvirker en kugle, der falder i væske

Opdrift

Den kraft, der kaldes opdrift, er forklaringen på, hvorfor helium-balloner stiger til vejrs, og på hvordan man kan få et skib bygget af jern til at flyde.

Når en genstand nedsænkes i en væske, bliver genstanden påvirket af en opadrettet kraft kaldet opdrift. Opdriften er lig tyngdekraften på den af genstanden fortrængte væske ($F_{op} = m_{v\text{æske}} \cdot g$). Idet massen af den fortrængte væske, kan beregnes vha. $m_{v\text{æske}} = \rho_v \cdot V$, hvor ρ_v er væskens densitet og V er rumfanget af den fortrængte væske, kan opdriften også udtrykkes

$$F_{op} = \rho_v \cdot V \cdot g$$

Bemærk her at hvis genstanden er helt nedsunket i væsken, er rumfanget af den fortrængte væske lig genstandens rumfang.

Når små næsten kugleformede partikler (fx sandkorn) falder i en væske, vil de relativt hurtigt opnå en terminalhastighed. Denne hastighed, som vi her vil kalde *sedimenteringshastigheden*, kan bestemmes via formelen

$$v_{\text{sedimentering}} = \frac{(\rho_p - \rho_v) \cdot g \cdot D^2}{18 \cdot \mu}$$

I denne formel er ρ_p partiklens densitet, ρ_v er væskens densitet, g er tyngdeaccelerationen, D er partiklernes diameter, og μ er væskens viskositet.

I opgaven nedenfor på næste side skal I selv forsøge at udlede den.

Opgave 1

Når en partikel falder gennem væske er den jf. figur 3 på forrige side påvirket af en nedadrettet tyngdekraft og af opdrift og modstand, som begge er opadrettede. Partiklen vil i starten accelerere, men terminalhastigheden opnås når modstandskraften er lige så stor som forskellen på tyngdekraften og opdriften, dvs. når

$$F_{\text{tyngde}} - F_{\text{op}} = F_{\text{modstand}}$$

Ud fra dette skal I nu udlede formelen for sedimenteringshastigheden.

- Omskriv udtrykket for tyngdekraften $F_{\text{tyngde}} = m \cdot g$, så det er partiklens rumfang (V) og densitet (ρ_p), der indgår i stedet for massen.
- Udtrykt ved diameteren D er rumfanget af en kugle $V = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot D^3$. Benyt dette til at omskrive jeres udtryk for både tyngdekraft og opdrift.
- Vis at $F_{\text{tyngde}} - F_{\text{op}} = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot g \cdot D^3 \cdot (\rho_p - \rho_v)$
- Opskriv formelen for F_{modstand} , så det er diameter og ikke radius, der indgår.
- Indsæt nu alt du kender i $F_{\text{tyngde}} - F_{\text{op}} = F_{\text{modstand}}$, og isolér v (sedimenteringshastigheden).

SEDIMENTERING - FORSØGSVEJLEDNING

Formål

Formålet med disse forsøg er at undersøge hvordan forskellige forhold påvirker sedimenteringen af sand.

Introduktion

Betragter man et objekt (eksempelvis et sandkorn), som falder igennem en væske, vil det være påvirket af tre kræfter: tyngdekraften, opdriften og en friktionskraft fra væsken. Hvis faldet sker langsomt nok til at væsken ikke bliver turbulent, og hvis man antager at objektet er kuglerundt, kan man benytte Stokes lov til at beskrive friktionskraften på objektet. Ud fra en kraftanalyse af objektets fald kan man udlede formelen for sedimentering som vi vil anvende i dette forsøg. Sedimenteringsformlen kan opskrives som

$$v_{\text{sedimentering}} = \frac{(\rho_p - \rho_v) \cdot g \cdot D^2}{18 \cdot \mu}$$

I denne formel angiver $v_{\text{sedimentering}}$ den konstante hastighed, som sandkornene opnår, g angiver tyngdeaccelerationen, D angiver sandkornenes diameter og ρ_v og ρ_p angiver hhv. vandets og sandets densitet. Endelig angiver μ væskens *viskositet*, som er et mål for væskens "sejhed".

I forsøgene skal vi variere sandkornenes diameter og typen af sand (densiteten), og undersøge om det vi observerer stemmer med de teoretiske forventninger.

Materialer

Langt rør af enten plastik eller glas

Vand

Evt. isvand

Malertape

Målestok eller målebånd

Kvartssand med forskellige kornstørrelser

Granatsand med forskellige kornstørrelser

Fremgangsmåde

I forsøgene iagttager vi sand falde ned gennem en væske. Fælles for alle forsøgene er:

- Som beholder bruges lange plexiglasrør fyldt med væske. Vandet skal helst stå næsten helt op til kanten.
- På beholderen skal I klistre to stykker tape, som skal fungere som start- og stoplinje, når vi tager tid. Det øverste skal sættes på ca. 10-15 cm under vandoverfladen, og afstanden mellem de to stykker tape skal være ca. 80-100 cm. Mål den nøjagtige afstand, så vi kender den.
- Vi sender ikke kun eet, men flere sandkorn ned af gangen. Fx den mængde man kan have mellem spidsen af pegefingern og spidsen af tommelfingern.
- Vi skal måle terminalhastigheden (sedimenteringshastigheden). Vi antager at terminalhastighed allerede er opnået, når sandet passerer øverste tapestykke på røret. Ved at tage tid på hvor lang tid sandet er om at falde fra øverste til nederste tapestykke, kan terminalhastigheden bestemmes.
- Pga. forskel i størrelse er det ikke alle sandkorn, der falder lige hurtigt; det er så at sige en sky af sand, der falder ned gennem væsken. Vi er kun interesserede i at måle på de største sandkorn i hver prøve, hvilket i praksis vil sige, at det er "spidsen af skyen" vi skal måle på.



Forsøg 1: Forskellige diametre

I får udleveret kvarts-sand med forskellige kornstørrelser, hhv. diameter 0.40 mm, 0.25 mm og 0.18 mm.

På nogle sandprøver er diameteren angivet indirekte ved mesh-skalaen. Se tabellen nedenfor.

Mesh	60	80	100
Max. diameter (mm)	0.40	0.25	0.18

- Fyld faldrøret med postevand med stuetemperatur.
- Mål sedimenteringshastigheden for alle kornstørrelser. Gentag målingen 3 gange for hver kornstørrelse, og basér jeres hastighed på den gennemsnitlige tid.
- Beregn forholdet mellem sedimenteringshastigheden for to forskellige kornstørrelser. Stemmer resultatet ca. med hvad vi forventer ud fra formelen ($v_{\text{sedimentering}} = \frac{(\rho_p - \rho_v) \cdot g \cdot D^2}{18 \cdot \mu}$).

Forsøg 2: Forskellige typer sand

Bare genbrug faldrør og vand fra forsøg 1.

I forsøg 1 brugte vi kvartssand (normalt dansk sand), som har en densitet på $\rho_p = 2.7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

- Bemærk at det er *densitetsforskellen* $\rho_p - \rho_v$ der indgår i vores formel. Hvad er den for kvartssand?

I får udleveret noget granatsand som har en densitet på $\rho_p = 4.1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

- Hvad er densitetsforskellen $\rho_p - \rho_v$ for garnet-sand?

Det udleverede granat-sand er delt i de samme tre kornstørrelser som vi brugte i forsøg 1.

- Mål faldtid og bestem sedimenteringshastighed for alle kornstørrelser. Gentag målingerne 3 gange for hver kornstørrelse.
- Er der overensstemmelse mellem vores resultat, og det vi vil forvente ud fra formelen for $v_{\text{sedimentering}}$?

Forsøg 3: Vand med forskellige temperaturer

- Tøm faldrøret for vand og sand.
- Fyld røret med isvand (minus isterninger). Mål gerne vandets temperatur efter opfyldningen.
- Lav nogle målinger, der har til formål at undersøge om sedimenteringshastigheden er anderledes i det kolde vand, end i vand ved stuetemperatur. I bestemmer selv, hvilken type sand og hvilke kornstørrelser I vil bruge.
- Hvis forsøget ender med at vise, at temperaturen har en betydning, så diskutér indbyrdes i gruppen, hvad årsagen kan tænkes at være.

Forsøg 4: Undersøgelse af sandkorn

En forudsætning for at Stokes lov (og dermed vores formel for sedimenteringshastigheden) er gældende, er at sandkornene skal være kugleformede. Det benyttede granatsand er af typen "alluvial garnet", som er en type med ekstraordinært runde sandkorn.

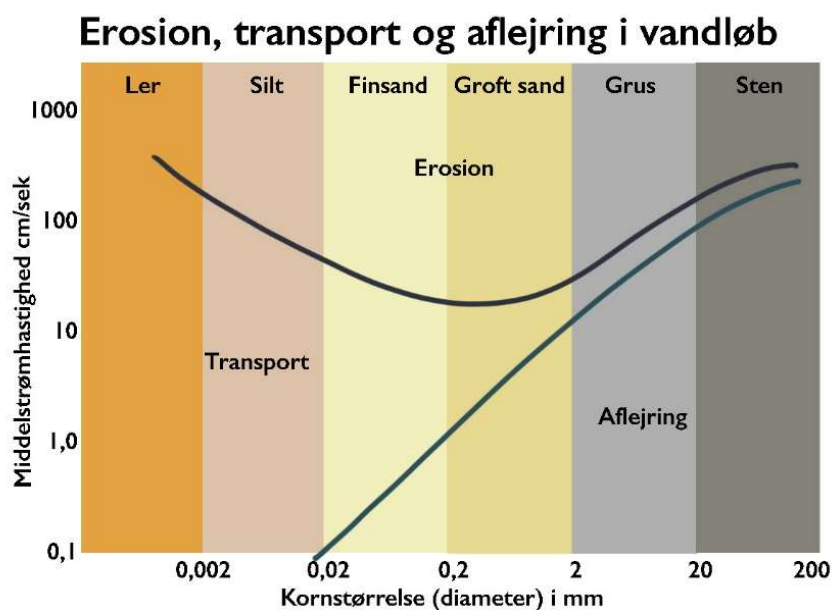
- Undersøg både kvartssand og granatsand i et mikroskop og beskriv kornenes form i generelle træk.
- Er det korrekt at det benyttede granatsand er mere rundet i formen end kvartssandet?
- Diskutér i gruppen konsekvenserne i forbindelse med vores konklusioner i de første forsøg.

Opgaver

Opgave 1)

Overvej og diskutér i gruppen, hvilken effekt rindende vand har på sedimentering.

Opgave 2)



- Diskutér i gruppen, hvordan ovenstående figur (figur 1) skal læses, og hvad den viser. Bemærk at figuren har logaritmiske akser, og derfor kan være noget svær at aflæse præcis.
- Ved hvilken middelstrømhastighed (cirka-værdi) eroderes groft sand med en diameter på 2 mm? Hvad sker der med sandkornene, når middelstrømhastigheden falder en smule?
- Hvad sker der med ler og silt, når det eroderer? Hvad skal være opfyldt før det aflejres (sedimenteres) igen?
- Hvis man undersøger et gammelt udtørret vandløb, hvad kan man så konkludere om (1) en sektor, hvor der kun er aflejret grus og sten og (2) en sektor, hvor der kun er aflejret ler og silt?

Opgave 3)



Forklar mekanismen bag lagdelingen i sandsten (jf. fotoet).

Geo & Bio Science Center Syd er et samarbejde mellem

- Faaborg Gymnasium
- Biologisk Institut, SDU
- Brobyskolerne, afdeling Pontoppidan

Desuden medvirker

- Øhavsmuseet, Faaborg
- Naturama samt Fjord & Bælt
- Trente Mølle
- Bikuben Fonden

Projektet støttes økonomisk af Region Syddanmark og en del af udstyret sponsoreres af Frederiksen Scientific

