

## Lærervejledning En vinkel på trigonometri

Undersøgende undervisning uden for klasserummet, uden brug af computer.

Undervisningsmaterialet er udarbejdet med henblik på matematik i gymnasiet, men den praktiske del kan også anvendes i udskolingen.

Materialet tager udgangspunkt i elevernes forforståelse af ensvinklede trekanter og skaleringsfaktoren (se forløbet Geometri). Eleverne skal indledningsvis anvende dem selv, enkle genstande og værktøjer til opmåling, og erfare hvordan de kan anvende deres viden om ensvinklede trekanter i praksis når de skal bestemme afstande og højder ude i naturen.

Efterfølgende bliver de introduceret til en såkaldt Sinus Kvadrant (rub'ul mujayyab)<sup>1</sup>; et historisk måleinstrument og "lommeregner". Med Sinus Kvadranten vil de erfare, at samme type målinger som med ensvinklede trekanter, bliver lettere at udføre.

Arbejdet med Sinus Kvadranten giver eleverne fortrolighed med at aflæse vinkler og tilhørende værdier på akser, der minder om et koordinatsystem. Erfaringen med denne i praksis, bærbare enhedscirkel, bliver anvendt i anden del af materialet til at introducere enhedscirklen, definitionerne af de trigonometriske funktioner, samt beviserne for beregninger i retvinklede trekanter. Denne del er ikke tekst tung og kan, efter temperament, foretages udenfor klasserummet.

I elevmaterialet er øvelserne udførligt beskrevet, men det er hensigtsmæssigt at introducere hver øvelse og efterfølgende lade eleverne arbejde selvstændigt i små grupper, hvor de kun skal støtte sig til øvelsesvejledningerne eller udfylde de skemaer der er. Det kan være en god idé at uddele lamineret pap/papir og tavletusser så eleverne kan tegne skitser og lave korte regnestykker.

Da øvelserne i høj grad er tænkt som undersøgende, skal grupperne arbejde i nærheden af læreren for at kunne få afklaret spørgsmål.

På hjemmesiden ligger der en fil: "En vinkel på trigonometri – præsentation.docx" som kan printes i A3-format og som kan medbringes til undervisning udenfor klasselokalet.

Der er forslag til introduktioner og uddybning af de faglige mål i afsnittet Introduktioner nedenfor.

Omfanget er 3-6 moduler.

### Fagligt indhold:

Ensvinklede trekanter og skaleringsfaktoren, de Trigonometriske funktioner, samt beviset for beregninger i retvinklede trekanter. Referencer til læreplanen i gymnasiet er blandt andet:

- Matematikkens metoder.
- Opstille geometriske modeller og løse geometriske problemer.
- Operere med og redegøre for matematiske ræsonnementer og beviser samt de induktive og deduktive sider ved opbygningen af matematisk teori.
- Demonstrere viden om matematikanvendelse.
- Kommunikere aktivt i, med og om matematik i mundtlig og skriftlig formidling.

## Forarbejde

Printe øvelsesvejledning, præsentation og lave laminerede skrivetavler.

Målebånd (5-10 m), Tusser, Printe Sinus Kvadranter<sup>1</sup> (evt lade eleverne selv færdiggøre dem).

## Introduktioner

Indledende Fang og Forudsætninger, med spørgsmål som; Kan i se matematik i naturen omkring jer? Hvad er det mest enkle matematik, I kender? Er matematik opdaget eller opfundet? Hvordan ved i det i ved?

Afhængigt af elevernes for forståelse, kan man starte med øvelserne 4A eller 4B i Geometri forløbet, hvor eleverne vil erfare egenskaberne ved ensvinklede trekanter og derved skaleringsfaktoren.

Det faglige indhold findes i øvelsesvejledningerne, og herunder inspiration til introer. Alle øvelser kan afsluttes med at en gruppe demonstrerer, argumenterer, forklarer...

### Ø1A Målinger i Naturen - ensvinklede trekanter

s. 3

Afkode matematiske problemer og modellering ved praktisk anvendelse af geometriske metoder. Alle grupper arbejder på at bestemme højden af det samme objekt, så de kan inspirere hinanden og få hjælp af en lærer. Det praktiske problem skal løses ved brug af en eller flere af de viste figurer og formlen.

- "Viden om ensvinklede trekanter og skaleringsfaktoren er noget man kan erfare ret konkret – på en solskinsdag vil skyggen af en pind blive dobbelt så lang hvis pinden gøres dobbelt så høj – test det. Den viden kan også anvendes til noget konkret. Historisk er den blandt andet blevet brugt til at opmåle land, skabe landkort, bestemme Jordens radius, -afstanden til solen, altså at foretage opmålinger af naturen. Spørgsmålet er hvordan?"
- "Lav en skitse af jeres opgave, tegn trekanten og diskutér hvad der skal måles og gør det."

### Ø1B Målinger i Naturen - Sinus Kvadrant

s. 5

Her skal samme matematiske problemstillinger som i Ø1A løses, men nu ved brug af Sinus Kvadranten. Der er en kort indledende træning i elevmaterialet, med hvordan Sinus Kvadranten skal aflæses og anvendes. Hvis introduktionen gøres fælles, kan man imødekomme mulige spørgsmål i plenum.

- "Se på jeres skitser fra jeres målinger med brug af ensvinklede trekanter og gentag målingerne, men nu med brug af Sinus Kvadranten.

### Ø2 Ud i Svanninge Bjerge

s. 7

Afkode matematiske problemer og modellering ved praktisk anvendelse af geometriske metoder ved selv at finde ting der kan måles i omgivelserne. Ud over højder, kan de også bestemme afstande.

Øvelsesvejledningen lægger op til konkrete steder i Svanninge bakker og bjerge, men kan erstattes af nye steder eller at eleverne selv finder på. Side 2 i øvelsen er tænkt som en "formelsamling" til at tage med.

Der lægges op til at eleverne frit kan vænge mellem flere forskellige metoder, men man kan også fokusere på én eller fortsætte med at anvende og sammenligne resultater fra både ensvinklede trekanter og Sinus Kvadranten.

### Ø3 De trigonometriske funktioner.

s. 9

Denne del af materialet er primært teoretisk og kræver at eleverne kan sidde i rolige omgivelser og har læreren inden for rækkevidde. Det er ikke læse tungt, og kan anvendes udenfor klasserummet.

Materialet er udarbejdet så eleverne kan arbejde med det selvstændigt i små grupper, uden nogen egentlig forforståelse. Det er opdelt i tre dele, som med fordel hver kan introduceres.

1. Hvorfor formlen i den grå boks også kan bruges med Sinus Kvadranten. s. 11  
Et "tegneserie bevis", efterfulgt af et mere klassisk bevis.
2. Enhedscirklen og definitionen af cosinus, sinus og tangens. s. 14  
En tegneserie der introducerer enhedscirklen og definitionerne på de trigonometriske funktioner ud fra Sinus Kvadranten. Afslutter med hvordan man anvender en lommeregner.
3. Beregninger i retvinklede trekanter. s. 16  
Anvender skaleringsfaktoren og enhedscirklen til beviser for beregninger i retvinklede trekanter. Sidste side er et overblik.

<sup>1</sup>Sinus Kvadranten.

Google "sine quadrant" og en verden af indgange til dette historiske instrument åbner sig. Her er et par henvisninger, hvori en printbar version af Sinus Kvadranten kan findes i nr. 2.

- [Wikipedia](#)
- High School materiale (engelsk) om Sinus Kvadranten til beregninger med printbar version (engelsk/gymnasie niveau) <https://www.astrolabeproject.com/>
- Sinus Kvadranten i større detalje: [Mathematical Instrumentation in Fourteenth-Century Egypt and Syria \(Google Books\)](#)
- Sinus Kvadranten i tilgængelig detalje: [Trigonometric Solutions Using Sine Quadrant](#) (ScienceDirect, 2010)
- [Arabiske tekster på Sinus Kvadranten.](#)

