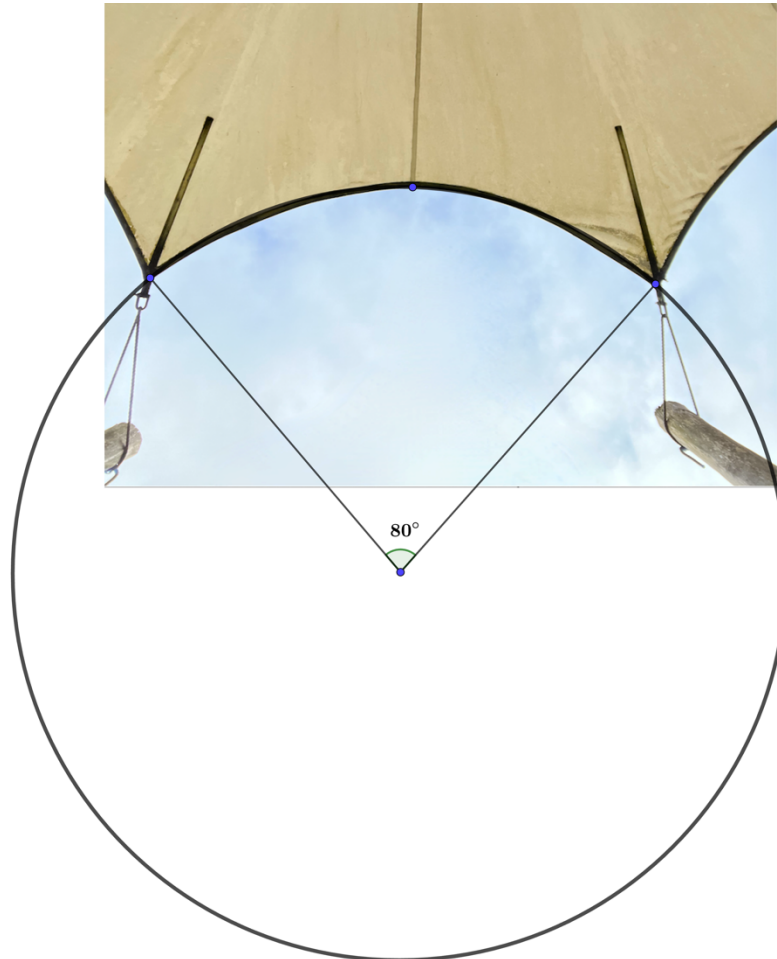


# Rundt om Cirklen



## Øvelser

- Ø1 Omkreds og diameter
- Ø2 Cirkelns areal
- Ø3 Regnvandsopsamling (areal og volumen)
- Ø4 Opbevaring af vand (volumen)

## Lærervejledning Cirklen

Undersøgende undervisning uden for klasserummet, uden brug af computer.

Undervisningsmaterialet er udarbejdet med henblik på matematik på 6.- 9. klassetrin. Kan også anvendes i begyndelsen af 1.g.

Materialet er tilrettelagt, så eleverne får en rumlig oplevelse af geometri og geometriske problemstillinger. Eleverne skal anvende dem selv, enkle genstande og værktøjer til opmåling, og vil opdage viden om cirkler ved at foretage målinger og se anvendelser i praksis. Dette skal de bruge til at opstille geometriske modeller for at løse opgaver ude i naturen. Derudover bliver der arbejdet med areal og volumen når regnvandsbeholdere afslutningsvis skal modelleres.

Samlet kommer øvelserne omkring definitionen af cirklen, sammenhængen mellem cirkelns omkreds og diameter, hvor der arbejdes med de 4 repræsentationsformer og regression med lineære funktioner. Bevis for cirkelns areal, samt arbejde med areal, volumen og enheder.

Modelleringsøvelsen som handler om opsamling af regnvand, afhænger af den lokation man har, og løsninger til problemet kan betyde at man skal introducere flere geometriske begreber og løsningsmetoder.

I denne vejledning er øvelserne udførligt beskrevet, med henvisninger til handouts som kan findes på de sidste sider. Det kan være en god idé at uddele lamineret pap/papir og tavletusser så eleverne kan tegne skitser og lave korte regnestykker.

Da øvelserne i høj grad er tænkt som undersøgende, skal grupperne arbejde i nærheden af læreren for at kunne få afklaret spørgsmål.

Omfanget er 2-3 moduler

### Forarbejde

Printe handouts og evt. laminere dem.

Printe formelsamling med formler for rumfang.

Målebånd (3-5m). Tusser.

## Intro

Indledende Fang og Forudsætninger. ”Med disse øvelser skal i arbejde med matematiske sammenhænge, så første spørgsmål er: Hvis jeg siger sammenhæng eller sammenhænge, hvad kommer i til at tænke på hvis i kigger Jer omkring?. Med jeres tanker om sammenhænge i baghovedet, hvad kendetegner så det der kaldes matematiske sammenhænge? Emnet for arbejder med matematiske sammenhænger er her cirklen, hvor i skal arbejde med cirkelns karakteristika; omkreds, diameter og areal.

### Ø1 Diameter og omkreds

Undersøgelingsbaseret tilgang og anvendelse af de 4 repræsentationsformer og regression.

Undersøge sammenhængen mellem omkreds og diameter for forskellige oversavede træstammer (eller cykelhjul, stolper, ), og opskrive i skema, afbilde i koordinatsystem, bestemme hældningen og gerne finde ca. 3. (Handout Ø1)

### Læreintro:

Undersøgelse af matematiske sammenhænge begynder med at indsamle data om de genstande man mener der er en sammenhæng imellem. Vores hypotese/formodning er, at der er en sammenhæng mellem træers diameter og deres omkreds. Sprogligt (kvalitativt) forventer vi at omkredsen vokser med diameteren - opgaven er her at finde den matematiske sammenhæng, altså et tal. Øvelsen kan begynde med at eleverne undersøger sammenhængen mellem armlængde eller skostørrelse og højde.

Udlever handout og introducér hvordan der opskrives i skemaet.

### Metode:

- Målinger udføres med målebånd og tal indsættes i skema.
- Eleverne samles og koordinatsystem samt punkter i et koordinatsystem diskuteres.
- Inddeling af akser med udgangspunkt i data diskuteres.
- Elever arbejder med koordinatsystem og datapunkter.
- Den matematiske sammenhæng diskuteres.

### Opgaven:

Undersøg sammenhængen mellem træstammers omkreds og diameter og find forholdet mellem dem.

## Ø2 Cirkelns areal

Geometrisk modellering af sammenhængen mellem cirkelns areal og radius. Eleverne er selv en del af figurerne.

Fremgangsmåden er forklaret nedenfor. Den beskriver hvordan eleverne skaber en cirkel med radius  $r$  og omkreds  $O$ , hvordan den deles op i ligebenede trekanter, og sættes sammen til et rektangel med sidelængden  $O/2$  og højden  $r$ .  $O$  og  $r$  måles i armlængder. Efterfølgende diskuteres metoden.

- Indledende dialog om hvad et areal er, og hvordan det bestemmes for forskellige geometriske figurer.
  - Opsamling fra Ø1 om formlen for cirkelns omkreds -  $O = 2\pi r$
2. En cirkel omdannes til et rektangel med følgende instrukser:
- Et lige antal elever deles op i to lige store grupper; **C**entrummerne og **O**mkredserne.
  - **O**mkredserne danner en cirkel med armene strakt ud langs siden, fingerspidser mod fingerspidser. "Hvor mange arme er cirkelns omkreds? – dette noteres ned.
  - Nu skal cirklen skæres ud i lagkagestykker, som skal stilles op på en række.
  - En fra gruppen af **C**entrummer stiller sig i cirkelns centrum med front mod en af **O**mkredserne; strækker sine arme frem så de peger på Omkredserens fingerspidser, og danner derved ét stykke lagkage.
  - Gruppen får nu til opgave at dele hele cirklen ud i lige store lagkagestykker og stille dem op ved siden af hinanden, hvert stykke repræsenteret på **præcis** samme måde som det første stykke lagkage.
  - Lagkagestykkerne fylder for meget; sidste opgave er nu at flytte rundt på lagkagestykkerne så de tilsammen fylder mindst muligt, men står på én række. (Trapetz)
  - Trapetzen kan laves om til et rektangel ved at flytte et halvt stykke fra den ene ende til den anden.
  - "Hvilken geometrisk figur udgør hele gruppen nu?"
  - "Hvad er sidelængden af figuren og hvad er højden?"
  - "Hvad er arealet?"

Arealet af det afsluttende rektangel er tilnærmelsesvis det samme som cirklen som blev dannet i starten. Diskutér hvorfor det ikke er en helt korrekt antagelse og hvad man kunne gøre for at denne antagelse bliver bedre.

Den matematiske sammenhæng mellem areal og diameter eller radius er som følger for 16 elever:

$$\text{Fra Ø1 fandt vi at } O = \pi \cdot d = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Cirkelns omkreds  $O = 16$  armlængder

$$\text{Kvadratets areal } A = 8 \text{ armlængder} \cdot r = \frac{O}{2} \cdot r = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2} \cdot r = \pi \cdot r^2$$

### Ø3 Regnvandsopsamling (areal og volumen)

Undersøgelserbaseret tilgang til geometrisk modellering af en overflade med kendte geometriske figurer. Beregning af rumfang og omregninger mellem mm og cm, mm<sup>2</sup>, og cm<sup>2</sup>, samt mm<sup>3</sup> og cm<sup>3</sup>.

En teltdug udspænder et areal og skal bruges til at opsamle regnvand. De skal løse opgaven: "Det regner 1 mm i timen i 10 timer – hvor mange liter regnvand kan teltdugen opsamle?"

De geometriske figurer de skal anvende til at løse opgaven, afhænger af teltdugens form – i dette tilfælde er det cirkler og cirkeludsnit.

#### Læreintro:

1. Eleverne skal arbejde med længder, arealer og volumener – liter introduceres.

Eleverne tegner på jorden eller i sandet, tre kvadrater med sidelængder på hhv. 1 cm, 10 cm og 100 cm og beregner arealerne. Derefter finder de pinde med tilsvarende længder og bruger den som stolper i kvadraternes fire hjørner. Dem beregner de volumenerne af.

Opsamlingen består af diskussioner om hvad tidobling af sidelængderne betyder for areal og volumen. Enheder diskuteres og liter introduceres.

Øvelsen gentages med nu med sidelængderne angivet i meter og/eller millimeter.

Afslutningsvis skal eleverne besvare følgende to spørgsmål; Hvis det regner 1 mm i timen i 10 timer, hvor højt står vandet i de tre "beholdere" og hvor meget vand er der i de tre beholdere.

2. Eleverne præsenteres for opgaven – de opfordres til at lave en skitse på et stykke papir, og diskutere hvordan det skal gribes an.
3. Eleverne hjælpes videre med hints og præsenteres for nye formler eller geometriske metoder afhængigt af deres ideer. I denne konkrete øvelse (se forside) får de at vide at udsnittet svarer til en vinkel på 80°.

#### Opgaven:

Det regner 1 mm i timen i 10 timer – hvor mange liter regnvand kan teltdugen opsamle?

#### Ø4 Opbevaring af vand (volumen)

Arbejde med formelforståelse og beregninger.

Medbring kopier af formler for volumener af forskellige geometriske figurer.

#### Læreintro:

- Den opsamlede mængde regnvand skal opbevares i beholdere som skal opfylde følgende krav:
  - Lette at bære i en hånd.
- Opgave: "Hvad er målene på jeres beholdere, og hvorfor? – hvor mange har i brug for?"